

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim: **Algebra z geometrią analityczną**

Nazwa w języku angielskim: **Algebra and Analytic Geometry**

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): **Zarządzanie i Inżynieria Produkcji**

Poziom i forma studiów: **I stopień, niestacjonarne**

Rodzaj przedmiotu: **ogólnouczelniany**

Kod przedmiotu: **MAP001467**

Grupa kursów: **nie**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	20	10			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	60	60			
Forma zaliczenia	Egzamin	Zaliczenie na ocenę			
Grupa kursów					
Liczba punktów ECTS	2	2			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		2			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)					

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

1. Zalecana jest znajomość matematyki odpowiadająca maturze na poziomie podstawowym

### CELE PRZEDMIOTU

- C1. Przedstawienie podstawowych twierdzeń i technik o charakterze algorytmicznym dotyczących teorii układów równań liniowych.
- C2. Przedstawienie podstawowych pojęć dotyczących działań na macierzach, wektorów i wartości własnych macierzy.
- C3. Przedstawienie podstaw teorii liczb zespolonych, wielomianów i funkcji wymiernych.
- C4. Prezentacja podstawowych pojęć geometrii analitycznej w przestrzeni  $R^3$ .

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

### I. Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 - PEK\_W01 zna podstawowe metody rozwiązywania układów równań liniowych

PEK\_W02 zna podstawowe własności liczb zespolonych

PEK\_W03 zna podstawowe własności algebraiczne wielomianów

PEK\_W04 zna metody opisu prostych, płaszczyzn i krzywych stożkowych

PEK\_W05 zna pojęcia wektorów i wartości własnych macierzy

### II. Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 - PEK\_U01 potrafi dodawać i mnożyć macierze, obliczać wyznaczniki

PEK\_U02 potrafi rozwiązywać układy równań liniowych

PEK\_U03 potrafi przeprowadzać obliczenia z wykorzystaniem liczb zespolonych

PEK\_U04 potrafi wyznaczać równania płaszczyzn i prostych w przestrzeni

### III. Z zakresu kompetencji społecznych:

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – Wykład		Liczba godzin
Wy1	Indukcja matematyczna. Wzór dwumianowy Newtona.	1
Wy2	Macierz. Działania na macierzach. Macierz transponowana. Rodzaje macierzy (trójkątna, symetryczna, diagonalna etc.)	1
Wy3	Wyznacznik macierzy. Rozwinięcie Laplace'a. Dopełnienie algebraiczne elementu macierzy. Minor. Własności wyznaczników. Obliczanie za pomocą operacji elementarnych. Twierdzenie Cauchy'ego o mnożeniu wyznaczników. Macierz nieosobliwa.	2
Wy4	Macierz odwrotna. Metoda dopełnień algebraicznych i bezwyznacznikowa. Własności macierzy odwrotnych. Równania macierzowe. Rząd macierzy. Zastosowania wyznaczników, związki z rzędem i odwracalnością macierzy.	2
Wy5	Układ równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera – Capellego. Wzory Cramera. Metoda eliminacji Gaussa. Rozwiązywanie dowolnych układów równań liniowych.	2
Wy6	Liczba zespolona. Postać algebraiczna. Działania na liczbach zespolonych. Sprzężenie. Moduł. Argument główny.	1
Wy7	Interpretacja geometryczna liczby zespolonej. Postać trygonometryczna i postać wykładnicza. Wzór de Moivre'a. Pierwiastek n-tego stopnia z liczby zespolonej.	2
Wy8	Wielomian. Twierdzenie Bezout. Zasadnicze twierdzenie algebry. Pierwiastki wielomianów rzeczywistych.	1
Wy9	Dzielnik liniowy i kwadratowy wielomianu rzeczywistego. Rozkład wielomianu na czynniki. Funkcja wymierna. Rzeczywisty ułamek prosty. Rozkład funkcji wymiernej na rzeczywiste ułamki proste.	2
Wy10	Geometria analityczna w przestrzeni R <sup>3</sup> . Działania na wektorach. Długość wektora. Iloczyn: skalarny, wektorowy, mieszany. Zastosowanie do obliczania pól i objętości.	1

Wy11	Płaszczyzna. Wektor normalny. Równanie ogólne, parametryczne, wyznacznikowe. Wzajemne położenie płaszczyzn.	1
Wy12	Prosta. Równanie parametryczne, kierunkowe, krawędziowe. Odległość punktu od prostej i od płaszczyzny. Wzajemne położenie prostych. Wzajemne położenie prostej i płaszczyzny. Rzut punktu na prostą i płaszczyznę.	2
Wy13	Krzywe stożkowe. Okrąg. Elipsa. Hiperbola. Parabola.	1
Wy14	Zastosowania algebry liniowej. Wektory i wartości własne macierzy.	1
		Suma: 20
Forma zajęć – Ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Wzór dwumianowy Newtona. Działania na macierzach.	1
Ćw2	Obliczanie i stosowanie własności wyznaczników. Rozwinięcie Laplace'a. Obliczanie macierzy odwrotnej. Rozwiązywanie równań macierzowych. Wzory Cramera. Metoda eliminacji Gaussa. Rozwiązywanie dowolnych układów równań liniowych.	2
Ćw3	Działania na liczbach zespolonych w postaci algebraicznej. Znajdowanie postaci trygonometrycznej i wykładniczej. Interpretacja geometryczna. Potęgowanie i pierwiastkowanie liczb zespolonych. Rozwiązywanie prostych równań i nierówności.	3
Ćw4	Znajdowanie pierwiastków wielomianów. Rozkład wielomianów na czynniki nierozkładalne. Rozkład funkcji wymiernej na rzeczywiste ułamki proste.	1
Ćw5	Działania na wektorach. Wyznaczanie iloczynów (skalarnego, wektorowego, mieszanego) i stosowanie ich do obliczania pól i objętości. Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej w przestrzeni $R^3$ – znajdowanie równań płaszczyzn, prostych, rzutów wektorów.	2
Ćw6	Kolokwium	1
		Suma: 10

#### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1. Wykład – metoda tradycyjna.  
N2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.  
N3. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń z wykorzystaniem pakietów matematycznych.  
N4. konsultacje

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ (Wykład)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEK_W01-PEK_W05	Egzamin lub e-egzamin

P = F1

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ (Ćwiczenia)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEK_U01-PEK_U04	Odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia i/lub e-sprawdziany

P = F1

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015.
- [2] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna. Definicje, twierdzenia, wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2014.
- [3] P. Kajetanowicz, J. Wierzejewski, Algebra z geometrią analityczną, PWN 2008.
- [4] M. Zakrzewski, Markowe wykłady z matematyki, Algebra z geometrią, Oficyna Wyd. GiS, Wrocław 2015.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2004.
- [2] A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN, Warszawa 1963.
- [3] W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, Cz. A, PWN, Warszawa 2003.
- [4] F. Leja, Geometria analityczna, PWN, Warszawa 1972.
- [5] E. Kącki, D. Sadowska, L. Siewierski, Geometria analityczna w zadaniach, PWN, Warszawa 1993.

OPIEKUN PRZEDMIOTU

dr Karina Olszak email: karina.olszak@pwr.edu.pl

## SUBJECT CARD

Name in Polish: **Algebra z geometrią analityczną**

Name in English: **Algebra and Analytic Geometry**

Main field of study (if applicable): **Management and Manufacturing Engineering**

Level and form of studies: **I level, part-time**

Kind of subject: **university-wide**

Subject code: **MAP001467**

Group of courses: **no**

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	20	10			
Number of hours of total student workload (CNPS)	60	60			
Form of crediting	Examination	Crediting with grade			
Group of courses					
Number of ECTS points	2	2			
including number of ECTS points for practical (P) classes		2			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes					

### PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES

1. It is recommended that the knowledge of mathematics is equivalent to high school certificate at the basic level.

### SUBJECT OBJECTIVES

- C1. Exposition of basic theorems and algorithms concerning the theory of linear equations.
- C2. Exposition of basic notions concerning matrix calculus, eigenvalues and eigenvectors of matrices.
- C3. Exposition of rudiments of the theory of complex numbers, polynomial and rational functions.
- C4. Exposition of rudiments of analytic geometry in  $R^3$ .

## SUBJECT LEARNING OUTCOMES

### I. Relating to knowledge:

PEK\_W01 - PEK\_W01 knows basic methods of solving systems of linear equations,  
 PEK\_W02 knows basic properties of complex numbers,  
 PEK\_W03 knows basic algebraic properties of polynomials,  
 PEK\_W04 knows characterizations of lines, planes and conic sections,  
 PEK\_W05 knows definitions of eigenvalues and eigenvectors of matrices

### II. Relating to skills:

PEK\_U01 - PEK\_U01 can add and multiply matrices and calculate determinants,  
 PEK\_U02 can solve systems of linear equations,  
 PEK\_U03 can carry out calculations with use of complex numbers,  
 PEK\_U04 can find line and plane equations in the space  $R^3$ .

### III. Relating to social competences:

## PROGRAM CONTENT

PROGRAM CONTENT		
Form of classes – Lecture		Number of hours
Lec1	Mathematical induction. Newton's binomial formula.	1
Lec2	The notion of a matrix. Operations on matrices. Transposition. Examples of matrices (triangular, symmetric, diagonal etc.).	1
Lec3	The determinant of a matrix. The Laplace expansion. Cofactor of an element of a matrix. Minors. Properties of determinants. Calculation of determinants by elementary row and column operations. Cauchy's theorem. Nonsingular matrix.	2
Lec4	Inverse matrix. Computation of inverse matrix by cofactors or by elementary row operations. Properties of inverse matrices. Matrix equations. Rank of a matrix. Applications of determinants, their connections with rank and invertibility.	2
Lec5	Systems of linear equations. Rouché–Capelli theorem. Cramer's formulas. Gaussian elimination. Solving arbitrary systems of linear equations.	2
Lec6	Complex numbers. Operations on complex numbers in algebraic form. Complex conjugate. Modulus. Argument.	1
Lec7	Geometric interpretation of a complex number. Polar form of a complex number. De Moivre's formula. Roots of complex numbers.	2
Lec8	Polynomials. Polynomial remainder theorem. Fundamental theorem of algebra. Roots of polynomials with real coefficients.	1
Lec9	Linear and quadratic factors of a real polynomial. Decomposition of a polynomial into factors. Rational functions. Real partial fractions with irreducible denominators. Partial fraction decomposition of a real rational function.	2
Lec10	Analytic geometry in the space $R^3$ . Operations on vectors. Length of a vector. Scalar product, cross product and triple product of vectors - computing area and volume.	1
Lec11	Planes. Normal to a plane. Equations of a plane. Relative location of planes.	1

Lec12	Line in the space. Equations of a line (parametric, directional). Line as an intersection of planes. Relative location of two lines. Relative location of a line and a plane. Orthogonal projection of a point onto a line or a plane.	2
Lec13	Conic sections. Circle. Ellipse. Hyperbola. Parabola.	1
Lec14	Applications of linear algebra. Eigenvalues and eigenvectors of a matrix.	1
		Total hours: 20
Form of classes – Classes		Number of hours
CI1	Transformation of algebraic expressions. Newton's binomial formula. Operations on matrices.	1
CI2	Calculation of matrix determinants with use of their properties. Laplace expansion. Computation of an inverse matrix. Solving matrix equations. Cramer's formulas. Gaussian elimination. Solving of arbitrary systems of linear equations. Rozwiązanie równań macierzowych.	2
CI3	Operations on complex numbers in algebraic form. Polar form. Geometric interpretation. Powers and roots of complex numbers. Solving simple equations and inequalities.	3
CI4	Finding roots of polynomials. Decomposition of a polynomial into irreducible components. Partial fraction decomposition of a real rational function.	1
CI5	Vector operations. Scalar, cross or triple product of vectors and their applications to calculating area and volume. Solving problems in analytic geometry in R <sup>3</sup> – finding equations of lines and planes, finding projections of vectors etc.	2
CI6	Test.	1
		Total hours: 10

TEACHING TOOLS USED	
N1. Lecture - traditional method. N2. Classes - traditional method (problems sessions and discussion). N3. Student's self-study with the assistance of mathematical packages. N4. tutorials	

EVALUATION OF SUBJECT LEARNING OUTCOMES ACHIEVEMENT (Lecture)		
Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Learning outcomes number	Way of evaluating learning outcomes achievement
F1	PEK_W01-PEK_W05	exam
P = F1		

EVALUATION OF SUBJECT LEARNING OUTCOMES ACHIEVEMENT (Classes)		
Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Learning outcomes number	Way of evaluating learning outcomes achievement
F1	PEK_U01-PEK_U04	oral presentations, quizzes, tests
P = F1		

PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE
<p><u>PRIMARY LITERATURE</u></p> <p>[1] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015.</p> <p>[2] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra i geometria analityczna. Definicje, twierdzenia, wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2014.</p> <p>[3] P. Kajetanowicz, J. Wierzejewski, Algebra z geometrią analityczną, PWN 2008.</p> <p>[4] M. Zakrzewski, Markowe wykłady z matematyki, Algebra z geometrią, Oficyna Wyd. GiS, Wrocław 2015.</p> <p><u>SECONDARY LITERATURE</u></p> <p>[1] B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2004.</p> <p>[2] A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN, Warszawa 1963.</p> <p>[3] W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, Cz. A, PWN, Warszawa 2003.</p> <p>[4] F. Leja, Geometria analityczna, PWN, Warszawa 1972.</p> <p>[5] E. Kącki, D. Sadowska, L. Siewierski, Geometria analityczna w zadaniach, PWN, Warszawa 1993.</p>

SUBJECT SUPERVISOR
dr Karina Olszak email: karina.olszak@pwr.edu.pl