

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim: **Analiza matematyczna II**

Nazwa w języku angielskim: **Mathematical analysis II**

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): **Transport**

Poziom i forma studiów: **I stopień, stacjonarne**

Rodzaj przedmiotu: **ogólnouczelniany**

Kod przedmiotu: **MAT001645**

Grupa kursów: **nie**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	15	15			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	60	60			
Forma zaliczenia	Egzamin	Zaliczenie na ocenę			
Grupa kursów					
Liczba punktów ECTS	2	2			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		2			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1.2	1.4			

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

1. Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej.

### CELE PRZEDMIOTU

- C1. Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych wraz z zastosowaniami.
- C2. Zapoznanie z pojęciem całki podwójnej, metodami jej obliczania i przykładami zastosowań w geometrii.
- C3. Zapoznanie z całkami niewłaściwymi I rodzaju oraz z podstawowymi kryteriami zbieżności szeregów liczbowych i własnościami szeregów potęgowych

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

### I. Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 - Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.

PEK\_W02 - Zna metody obliczania całek podwójnych oraz przykłady zastosowań.

PEK\_W03 - Zna całkę niewłaściwą I rodzaju oraz podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych i własności szeregów potęgowych.

### II. Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 - Umie obliczać pochodne cząstkowe, wyznaczać gradient i pochodną kierunkową oraz znajdować ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych.

PEK\_U02 - Umie obliczać całki podwójne oraz wykorzystywać je do wyznaczania pól i objętości.

PEK\_U03 - Umie badać zbieżność całek niewłaściwych I rodzaju oraz typowych szeregów liczbowych, a także rozwijać funkcje w szereg potęgowy przy wykorzystaniu rozwinięć funkcji elementarnych.

### III. Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 - Uczy się systematycznej i samodzielnej pracy w celu zdobycia wiedzy.

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – Wykład		Liczba godzin
Wy1	Funkcje wielu zmiennych. Dziedzina. Wykres. Poziomica. Pochodne cząstkowe pierwszego rzędu. Definicja. Interpretacja geometryczna. Płaszczyzna styczna do wykresu funkcji dwóch zmiennych. Różniczka i jej zastosowanie do szacowania błędów pomiarów.	2
Wy2	Pochodna kierunkowa. Gradient funkcji. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów.	2
Wy3	Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum.	2
Wy4	Definicja całki podwójnej. Interpretacja geometryczna. Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych. Całki iterowane.	2
Wy5	Całka podwójna we współrzędnych biegunowych. Przykłady zastosowań całek podwójnych w geometrii.	2
Wy6	Całki niewłaściwe I rodzaju. Kryterium porównawcze i ilorazowe.	1
Wy7	Szeregi liczbowe. Podstawowe kryteria zbieżności. Zbieżność bezwzględna.	2
Wy8	Szeregi potęgowe. Szereg Taylora i Maclaurina.	2
		Suma: 15
Forma zajęć – Ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Pochodne cząstkowe. Płaszczyzna styczna. Zastosowania różniczki.	2
Ćw2	Pochodna kierunkowa. Gradient. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów.	2
Ćw3	Ekstrema funkcji dwóch zmiennych.	1
Ćw4	Całka podwójna. Obliczanie całek iterowanych.	2
Ćw5	Współrzędne biegunowe w całkach podwójnych. Przykłady zastosowań całek podwójnych w geometrii.	2

Ćw6	Całki niewłaściwe I rodzaju.	1
Ćw7	Szeregi liczbowe.	2
Ćw8	Szeregi potęgowe.	2
Ćw9	Kolokwium zaliczeniowe	1
		Suma: 15

#### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1. Wykład – metoda tradycyjna.  
N2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.  
N3. Praca własna studenta z wykorzystaniem pakietów matematycznych.  
N4. konsultacje

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ (Wykład)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEK_W01-PEK_W03	egzamin
P = F1		

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ (Ćwiczenia)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEK_U01-PEK_U03, PEK_K01	kolokwium na ćwiczeniach, kartkówki, odpowiedzi ustne
P = F1		

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### LITERATURA PODSTAWOWA

[1]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.

[2]F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 2012.

[3]W.Żakowski, W.Kołodziej, Matematyka, cz. II, WNT, Warszawa 2014.

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

[1]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.

[2]W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. II, PWN, Warszawa 2006.

[3]R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, Cz. 1-2, WNT, Warszawa 2006.

## SUBJECT CARD

Name in Polish: **Analiza matematyczna II**  
 Name in English: **Mathematical analysis II**  
 Main field of study (if applicable): **Transport**  
 Level and form of studies: **I level, full-time**  
 Kind of subject: **university-wide**  
 Subject code: **MAT001645**  
 Group of courses: **no**

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	15	15			
Number of hours of total student workload (CNPS)	60	60			
Form of crediting	Examination	Crediting with grade			
Group of courses					
Number of ECTS points	2	2			
including number of ECTS points for practical (P) classes		2			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1.2	1.4			

### PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES

1. Knowledge of differential calculus and integration for functions of one variable.

### SUBJECT OBJECTIVES

C1. Exposition of basic notions and laws of multivariable differential calculus and its applications.  
 C2. Exposition of basic notions and laws for double integrals and their applications in geometry.  
 C3. Exposition of basic notions and laws concerning improper integrals. Exposition of the basic criteria for convergence of numerical series and properties of power series.

## SUBJECT LEARNING OUTCOMES

### I. Relating to knowledge:

PEK\_W01 - knows rudiments of multivariable differential calculus,

PEK\_W02 - has basic knowledge of double integrals and knows their applications

PEK\_W03 - has basic knowledge of improper integrals of type I and numerical and function series.

### II. Relating to skills:

PEK\_U01 - can compute partial derivatives, the gradient and directional derivatives of multivariate functions and use them to find local extrema of multivariate functions,

PEK\_U02 - can calculate integrals of functions of two variables and apply integral calculus geometry and physics,

PEK\_U03 - can verify convergence of improper integrals of type I and numerical and function series and can construct power series approximating given functions of one variable.

### III. Relating to social competences:

PEK\_K01 - understands the need of systematic and independent work on mastery of the course material.

## PROGRAM CONTENT

Form of classes – Lecture		Number of hours
Lec1	Functions of several variables. The domain of a function of two variables. Graphs of typical functions of two variables. The partial derivative. The plane tangent to the graph of a function of two variables. The differential of multivariate function and its applications.	2
Lec2	Directional derivatives. Gradient of a function. Higher order partial derivatives.	2
Lec3	Local and global extrema. Sufficient conditions for the existence of the extreme.	2
Lec4	The definite integral of a function of two variables. Geometric interpretation. Double integrals over normal and regular regions.	2
Lec5	Change of variables in double integrals. Double integrals in polar coordinates. Applications of double integrals in geometry.	2
Lec6	Improper integrals of type I. Comparison and limit comparison test.	1
Lec7	Infinite numerical series. The basic criteria for convergence of series. Absolute convergence.	2
Lec8	Power series. Taylor and Maclaurin series.	2
		Total hours: 15
Form of classes – Classes		Number of hours
CI1	Partial derivatives. The plane tangent to the graph of a function of two variables. Applications of the differential of multivariate function.	2
CI2	Directional derivatives. Gradient. Higher order partial derivatives.	2
CI3	Local and global extrema.	1
CI4	Calculation of double integrals over normal regions.	2

CI5	CI5 Double integrals in polar coordinates. Applications of double integrals in geometry.	2
CI6	Improper integrals of type I.	1
CI7	infinite numerical series.	2
CI8	Power series.	2
CI9	Test.	1
		Total hours: 15

TEACHING TOOLS USED		
N1. Lecture - traditional method. N2. Classes - traditional method (problem sessions and discussion). N3. Student's self-study with the assistance of mathematical packages. N4. tutorials		

EVALUATION OF SUBJECT LEARNING OUTCOMES ACHIEVEMENT (Lecture)		
Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Learning outcomes number	Way of evaluating learning outcomes achievement
F1	PEK_W01-PEK_W03	exam
P = F1		

EVALUATION OF SUBJECT LEARNING OUTCOMES ACHIEVEMENT (Classes)		
Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Learning outcomes number	Way of evaluating learning outcomes achievement
F1	PEK_U01-PEK_U03, PEK_K01	tests, oral presentations, quizzes
P = F1		

## PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE

### PRIMARY LITERATURE

[1]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.

[2]F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 2012.

[3]W.Żakowski, W.Kołodziej, Matematyka, cz. II, WNT, Warszawa 2014.

### SECONDARY LITERATURE

[1]M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.

[2]W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. II, PWN, Warszawa 2006.

[3]R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, Cz. 1-2, WNT, Warszawa 2006.