

KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim: **Funkcje zespolone**

Nazwa w języku angielskim: **Complex Functions**

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): **Robotyka i Automatyzacja Procesów**

Poziom i forma studiów: **I stopień, stacjonarne**

Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy**

Kod przedmiotu: **MAT001435**

Grupa kursów: **nie**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	15	15			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	60	60			
Forma zaliczenia	Egzamin	Zaliczenie na ocenę			
Grupa kursów					
Liczba punktów ECTS	2	2			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		2			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1.2	1.4			

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

1. Zna rachunek różniczkowy funkcji jednej i wielu zmiennych. Rozumie podstawowe pojęcia dotyczące szeregu liczbowego i potęgowego oraz umie badać zbieżność szeregów.
2. Zna i umie stosować całkę nieoznaczoną i oznaczoną funkcji jednej zmiennej.
3. Potrafi posługiwać się w obliczeniach liczbami zespolonymi

CELE PRZEDMIOTU

- C1. Zdobyć podstawowej wiedzy dotyczącej funkcji zespolonych, w szczególności poznać własności najważniejszych funkcji elementarnych.
- C2. Poznać podstawowych własności i metod obliczania całek krzywoliniowych zespolonych, w tym metody residuów.
- C3. Poznać podstawowych własności przekształcenia Z i opanować umiejętności jego stosowania.
- C4. Zdobyć podstawowej wiedzy o szeregach zespolonych liczbowych, potęgowych oraz szeregach Laurenta.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

I. Z zakresu wiedzy:

PEK_W01 - Zna własności najważniejszych funkcji zmiennej zespolonej oraz pojęcie funkcji holomorficznej. Ma podstawową wiedzę o szeregach zespolonych liczbowych, potęgowych oraz szeregach Laurenta.

PEK_W02 - Zna własności całki krzywoliniowej zespolonej i sposoby jej obliczania. Rozróżnia rodzaje punktów osobliwych i wie jak obliczać w nich residua oraz zna zastosowania residuów.

PEK_W03 - Zna podstawowe własności przekształcenia Z i rozumie metodę jego stosowania do rozwiązywania równań różnicowych.

II. Z zakresu umiejętności:

PEK_U01 - Potrafi wykonywać obliczenia z zastosowaniem funkcji zespolonych. Umie rozwinąć funkcję zespoloną w szereg potęgowy i posłużyć się nim w obliczeniach.

PEK_U02 - Potrafi obliczać całki zespolone. Potrafi wyznaczać residua i umie je stosować.

PEK_U03 - Umie stosować transformatę Z do rozwiązywania równań różnicowych

III. Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK_K01 - Potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę.

PEK_K02 - Rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – Wykład		Liczba godzin
Wy1	Funkcje zmiennej zespolonej: dziedzina, część rzeczywista i urojona. Funkcje elementarne: wielomian, funkcja wymierna, funkcje trygonometryczne, funkcja wykładnicza, funkcja logarytmiczna. Podstawowe własności tych funkcji. Płaszczyzna zespolona domknięta.	2
Wy2	Pochodna funkcji zmiennej zespolonej. Równania Cauchy'ego-Riemanna. Warunek konieczny i warunek wystarczający istnienia pochodnej zespolonej. Pochodne funkcji elementarnych. Pojęcie funkcji holomorficznej.	2
Wy3	Krzywa na płaszczyźnie zespolonej. Łuk zwykły, łuk gładki, krzywa Jordana. Równania ważniejszych krzywych. Całka funkcji zespolonej zmiennej rzeczywistej. Całka krzywoliniowa funkcji zmiennej zespolonej. Twierdzenie o funkcji pierwotnej.	2
Wy4	Twierdzenie całkowite Cauchy'ego. Wzór całkowy Cauchy'ego i jego uogólnienia. Zastosowanie do obliczania całek.	2

Wy5	Szeregi o wyrazach zespolonych. Szeregi potęgowe. Szereg Taylora. Rozwijanie funkcji holomorficznej w szereg potęgowy. Punkty zerowe funkcji holomorficznej.	2
Wy6	Punkty osobliwe funkcji zespolonej. Wzmianka o szeregach Laurenta. Residua funkcji i przykłady ich zastosowań.	3
Wy7	Przekształcenie Z i jego własności. Rozwiązywanie równań różnicowych za pomocą przekształcenia Z.	2
		Suma: 15
Forma zajęć – Ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Poznanie podstawowych własności funkcji elementarnych zespolonych. Obliczenia z zastosowaniem tych funkcji.	2
Ćw2	Znajdywanie części rzeczywistej i urojonej funkcji. Stosowanie równań Cauchy'ego-Riemanna.	2
Ćw3	Obliczanie całek krzywoliniowych zespolonych metodą zamiany na całkę zmiennej rzeczywistej oraz za pomocą funkcji pierwotnej.	1
Ćw4	Stosowanie twierdzenia całkowego Cauchy'ego oraz wzoru całkowego Cauchy'ego do obliczania całek zespolonych.	2
Ćw5	Badanie zbieżności szeregów zespolonych, wyznaczanie koła zbieżności szeregów potęgowych, rozwijanie funkcji holomorficznych w szereg Taylora. Wyznaczanie punktów zerowych funkcji holomorficznych i badanie ich krotności.	2
Ćw6	Obliczanie residuów w punktach osobliwych funkcji. Obliczanie całek zespolonych po konturach oraz całek rzeczywistych niewłaściwych metodą residuów.	2
Ćw7	Rozwiązywanie równań różnicowych za pomocą transformaty Z.	2
Ćw8	Kolokwium.	2
		Suma: 15

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1. wykład tradycyjny z wykorzystaniem transparencji i slajdów
N2. ćwiczenia rachunkowe
N3. konsultacje
N4. praca własna – samodzielne studia i przygotowanie do egzaminu

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ (Wykład)

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
--	--------------------------	---

F1	PEK_W01-PEK_W03,PEK_K01, PEK_K02	Odpowiedzi ustne, kartkówki. EGZAMIN
P = F1		

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ (Ćwiczenia)		
Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEK_U01-PEK_U03,PEK_K01, PEK_K02	Odpowiedzi ustne, kartkówki. KOŁOKWIUM
P = F1		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA
<p><u>LITERATURA PODSTAWOWA</u></p> <p>[1] J. Długosz, Funkcje zespolone, Teoria, przykłady, zadania, wyd. szóste, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2013.</p> <p>[2] E. Kącki, L. Siewierski, Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami, PWN, Warszawa 1975</p> <p>[3] R. V. Churchill, Complex Variables and Applications, McGraw-Hill, New York 1960</p> <p><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA</u></p> <p>[1] W. Żakowski, W. Leksiński, Matematyka, cz.IV, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1994.</p> <p>[2] F. Bierski, Funkcje zespolone, wyd. piąte poprawione, Wydawnictwa AGH, Kraków 1999.</p> <p>[3] John M. Howie, Complex Analysis, Springer-Verlag, London 2003</p>

OPIEKUN PRZEDMIOTU
dr Jolanta Długosz email: jolanta.dlugosz@pwr.edu.pl

SUBJECT CARD

Name in Polish: **Funkcje zespolone**

Name in English: **Complex Functions**

Main field of study (if applicable): **Robotics and Process Automation**

Level and form of studies: **I level, full-time**

Kind of subject: **obligatory**

Subject code: **MAT001435**

Group of courses: **no**

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	15	15			
Number of hours of total student workload (CNPS)	60	60			
Form of crediting	Examination	Crediting with grade			
Group of courses					
Number of ECTS points	2	2			
including number of ECTS points for practical (P) classes		2			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1.2	1.4			

PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES

1. Knows differential calculus of function of one and many variables. Understands basic notions concerning numerical series and power series and can investigate their convergence.
2. Knows integral calculus of function of one variable.
3. Can do calculations using complex numbers.

SUBJECT OBJECTIVES

- C1. Study of the basic concepts of complex analysis, review of elementary complex functions.
- C2. Study of the basic properties of curvilinear complex integral and methods to evaluate it, including the residues method.
- C3. Study of the basic properties of the Z-transform and getting skill in applying it.
- C4. Getting the basic knowledge of complex numerical and power series and Laurent series.

SUBJECT LEARNING OUTCOMES

I. Relating to knowledge:

PEK_W01 - Knows basic complex functions and their properties, knows the notion of holomorphic function. Has a basic knowledge of complex numerical and power series and Laurent series.

PEK_W02 - Knows properties of curvilinear complex integral and methods to evaluate it. Knows the types of singularities and knows methods of evaluating residues. Knows applications of residues.

PEK_W03 - Knows basic properties of the Z-transform and understands the idea of its application in solving difference equations.

II. Relating to skills:

PEK_U01 - Can do calculations using complex functions, can find power series for a complex function and can apply it in evaluations

PEK_U02 - Can evaluate complex integrals, can calculate residues and apply them.

PEK_U03 - Can apply Z-transform in solving difference equations.

III. Relating to social competences:

PEK_K01 - Can, without assistance, search for necessary information in the literature

PEK_K02 - Understands the need for systematic and independent work on mastery of course material

PROGRAM CONTENT

Form of classes – Lecture		Number of hours
Lec1	Functions of complex argument: domain, real and imaginary parts. Elementary functions: polynomials, rational functions, trigonometric functions, exponential and logarithmic functions. Properties of such functions. Closed complex plane.	2
Lec2	Derivative of a complex function. Cauchy-Riemann equations. Necessary and sufficient conditions for the existence of a derivative. Derivatives of elementary functions. Holomorphic function.	2
Lec3	Curves in the complex plane, simple curves, Jordan curves, smooth arcs. Equations of standard curves. Integral of a complex function with real argument. Curvilinear integrals of complex functions. The antiderivative theorem.	2
Lec4	Cauchy's integral theorem. Cauchy's integral formula and its generalisations. Application in calculating integrals.	2
Lec5	Series of complex numbers. Power series. Taylor series. Expansions of holomorphic functions in power series. Roots of a holomorphic function.	2
Lec6	Singularities of a complex function. Laurent series: preliminary notions. Residues of a function and examples of their applications.	3
Lec7	Z-transform and its properties. Solving difference equations by the Z-transform method.	2
		Total hours: 15
Form of classes – Classes		Number of hours
CI1	Learning of basic properties of elementary functions of complex argument. Using such functions in calculations.	2

CI2	Finding real and imaginary parts of a complex function. Applying of the Cauchy-Riemann equations.	2
CI3	Evaluating curvilinear integrals of complex functions by changing them into real variable integrals and by finding antiderivative.	1
CI4	Applying Cauchy's theorem and Cauchy's integral formula to find complex integrals.	2
CI5	Investigating convergence of complex series. Finding radius and disc of convergence of power series. Finding expansions of holomorphic functions in Taylor series. Finding roots of a holomorphic function and investigating their multiplicity.	2
CI6	Evaluating residues of functions. Application of residues in evaluating complex contour integrals and some improper real integrals.	2
CI7	Solving difference equations by the Z-transform method.	2
CI8	Test.	2
		Total hours: 15

TEACHING TOOLS USED

- N1. traditional lecture with the use of transparencies and slides
N2. calculation exercises
N3. tutorials
N4. self study - self studies and preparation for examination

EVALUATION OF SUBJECT LEARNING OUTCOMES ACHIEVEMENT (Lecture)

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Learning outcomes number	Way of evaluating learning outcomes achievement
F1	PEK_W01-PEK_W03,PEK_K01, PEK_K02	Oral presentations, quizzes. Exam.
P = F1		

EVALUATION OF SUBJECT LEARNING OUTCOMES ACHIEVEMENT (Classes)

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Learning outcomes number	Way of evaluating learning outcomes achievement

F1	PEK_U01-PEK_U03,PEK_K01, PEK_K02	Oral presentations, quizzes. Test.
P = F1		

PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE

PRIMARY LITERATURE

- [1] J. Długosz, Funkcje zespolone, Teoria, przykłady, zadania, wyd. szóste, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2013.
- [2] E. Kącki, L. Siewierski, Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami, PWN, Warszawa 1975
- [3] R. V. Churchill, Complex Variables and Applications, McGraw-Hill, New York 1960

SECONDARY LITERATURE

- [1] W. Żakowski, W. Leksiński, Matematyka, cz.IV, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1994.
- [2] F. Bierski, Funkcje zespolone, wyd. piąte poprawione, Wydawnictwa AGH, Kraków 1999.
- [3] John M. Howie, Complex Analysis, Springer-Verlag, London 2003

SUBJECT SUPERVISOR

dr Jolanta Długosz email: jolanta.dlugosz@pwr.edu.pl